

Štatistické modely vo finančnom riadení firmy

Statistical models in the financial management of a company

Eva LITAVCOVÁ - Sylvia JENČOVÁ

Abstrakt

Využitie časových radov má v ekonomickej a finančnej analýze podniku nesmierny význam. Pre prognózu budúceho vývoja sledovaných ekonomických, alebo finančných veličín je potrebné zaznamenávať ich vývoj s narastajúcim časom. Ak databanka zaznamenaných údajov má dostatočný počet záznamov, je možné modelovať prognózy budúceho vývoja existujúcimi technickými nástrojmi pre analýzu časových radov.

Cieľom príspevku je analýza časových radov zameraná na oblasť výroby vo výrobnom podnikateľskom subjekte a porovnanie modelov pre premennú výroba.

Kľúčové slová

výroba, model, časový rad,

Abstract

The use of time series in economic and financial analysis is of paramount importance. To forecast the future evolution of economic or financial variables it is necessary to record their development over time. If the database has a sufficient amount of data, it is possible to model future performance using existing technical tools for time series analysis.

The aim of this paper is the analysis of time series focusing on production in manufacturing businesses and the comparison of models for various types of production.

Key words Production, Model, Time Series

JEL Classification: C10, G39

Úvod

Analýzy a prognózy vo financiách sú v súčasnosti založené na syntéze poznatkov teórie, moderných metodologických postupov kvantitatívnej a empirickej ekonómie, ale aj intuícii a poznaní psychológie účastníkov jednotlivých trhov. Jednotlivé modely časových radov sú skonštruované a nazývané podľa priebehu vnútornej štruktúry informácii. Pri testovaní aplikáciou pozorovania konkrétneho finančného časového radu sa buď testuje vhodnosť určitého konkrétneho typu modelu, resp. skupiny modelov pre konkrétny časový rad, alebo sa testujú vlastnosti a priebeh daného konkrétneho časového radu, ktorými je generovaná jeho vnútorná štruktúra. Výsledkom testovania priebehu časového radu je konkrétny typ modelu časového radu [7, s.11,23]

Materiál a metódy

Prognózy budúceho vývoja existujúcimi technickými nástrojmi pre analýzu časových radov je možné kvantifikovať modelovým aparátom. Patria medzi ne lineárne modely stacionárnych, nestacionárnych a sezónnych časových radov, nelineárne modely s premenlivými režimami, lineárne a nelineárne modely volatility aj modely viacrozmerných časových radov. Tieto zložité analytické metódy s rozmanitými prislúchajúcimi štatistickými testami sú v súčasnosti dostupné prostredníctvom štatistických programových balíkov, napr. SPSS, STATISTICA, Statgraphics Plus, GiveWin. Niektoré z nich sú viac orientované na subjektívne grafické posúdenie analytika, niektoré majú viac implementované aj prislúchajúce štatistické testy. Je možné využiť aj voľne dostupný programovací jazyk R, ktorý obsahuje už preddefinované procedúry a funkcie pre analýzu časových radov.

Analýza produkcie sa dá realizovať prostredníctvom práce s údajmi. Údaje sú získané zo zdrojov finančnej analýzy, účtovných výkazov, výkazu ziskov a strát a súvahy výrobného podniku, ktorý je zaradený v odvetví podľa SK NACE pod číslom 263 - Výroba komunikačných zariadení.

Analýza časového radu výroba

V ďalšom texte je analyzovaná premenná *výroba*, pričom mesačné údaje za 4 roky sú zaznamenané v časových radoch dĺžky 48 (tab. 1), teda sú relatívne krátke a ovplyvňuje to výsledky. Použité metódy patria do skupiny základných lineárnych modelov pre modelovanie jednorozmerných časových radov.

Pri jednorozmerných časových radoch môže rad y_t , $t=1,2,\dots,T$ mať iba konštantnú úroveň μ , alebo obsahovať aj trendovú Tr_t , sezónnu S_t a cyklickú C_t zložku, niektoré z nich, alebo všetky. Súčasťou každého časového radu je náhodná zložka a_t . Vzťah zložiek časového radu môže byť multiplikatívny $y_t=Tr_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot a_t$, alebo aditívny $y_t=Tr_t+S_t+C_t+a_t$. Klasické metódy modelovania časových radov sú zamerané na analýzu týchto zložiek. Logaritmická transformácia časového radu sa často používa na linearizáciu exponenciálneho trendu ekonomického časového radu, stabilizáciu variability a pri finančných časových radoch pre normalizáciu náhodnej veličiny s lognormálnym rozdelením. Ďalej sa modeluje už logaritmovaný časový rad. Častým javom pri ekonomických časových radoch je podmienená heteroskedasticita.

Moderný spôsob analýzy časových radov je pomocou Box-Jenkinsovej metodológie [2]. Jej princípom je stochastická koncepcia modelovania náhodnej zložky časového radu. Predpokladom modelovania náhodnej zložky je stacionarita, teda náhodné zložky musia mať strednú hodnotu, rozptyl a kovarianciu (lineárnu závislosť medzi dvoma časovo posunutými zložkami) konštantné v čase. Pri základných lineárnych modeloch časových radov v rámci Box-Jenkinsovej metodológie sa využívajú modely ARIMA (*AutoRegressive Integrated Moving Averages*) a SARIMA (*Seasonal ARIMA*), ak je prítomná sezónna zložka. Stacionarita časového radu sa dosahuje jeho diferencovaním. Model sa zapisuje ARIMA(p,d,q)(P,D,Q), kde parametre sú p je počet autoregresných parametrov označovaných písmenom ϕ (P pre sezónne), d je počet diferencií (D pre sezónne), q je počet parametrov kľzavých priemerov označovaných písmenom θ (Q pre sezónne). Stacionárny časový rad je potom možné pomocou zistených parametrov v rámci modelu ARIMA bez sezónnosti vyjadriť:

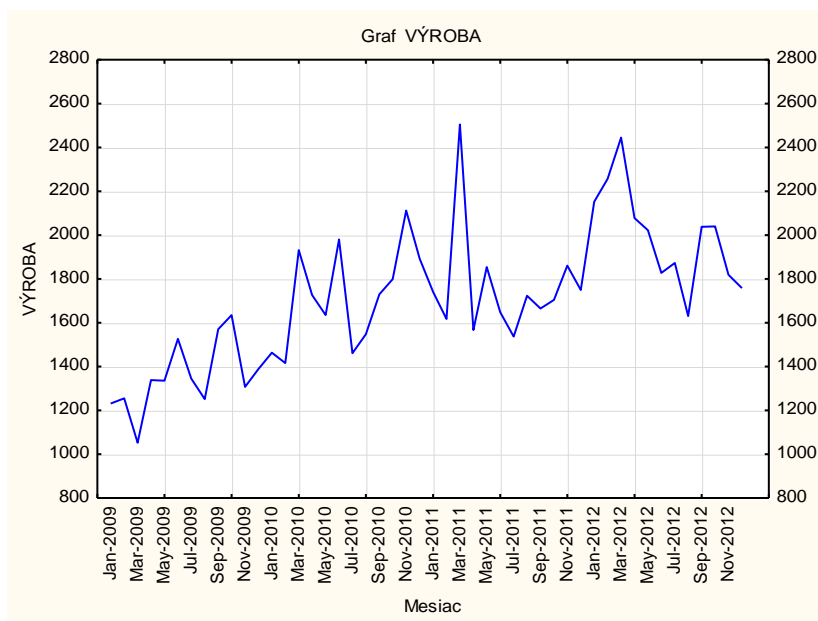
$$z_t = \theta_0 + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}.$$

Ak sú vzdialené časové veličiny silne závislé, je možné použiť modely s dlhou pamäťou ARFIMA. Model je akceptovateľný, ak jeho rezíduá majú normálne rozdelenie a nevykazujú autokoreláciu a heteroskedasticitu. Lineárne modely často nie sú schopné podchytiť nelineárne správanie v časových radoch. Heteroskedasticita je premenlivá variabilita, nazýva sa aj volatilita. Ak je prítomná, je vhodné vyskúšať nelineárne modely s premenlivými režimami, TAR, STAR, MSW, alebo modely volatility ARCH (*autoregressive conditional heteroskedasticity*), GARCH (*Generalised ARCH*), [1]. Pre modelovanie je možné využiť aj neurónové siete.

Tab. 1 Vývoj indikátora výroby v tis. € od roku 2009 -2012

Mesiace	Výroba	Mesiace	Výroba	Mesiace	Výroba	Mesiace	Výroba
1	1231,7	13	1463,2	25	1741	37	2152
2	1255,2	14	1416,1	26	1617,2	38	2256,7
3	1052,3	15	1931,2	27	2504,8	39	2444,8
4	1338,5	16	1726,3	28	1566,8	40	2077,8
5	1335,5	17	1635	29	1853,9	41	2022
6	1526,6	18	1979,9	30	1648,2	42	1827,1
7	1345	19	1460,9	31	1536,8	43	1872,9
8	1251,3	20	1547,8	32	1723,1	44	1630,3
9	1570,4	21	1729,4	33	1665	45	2037,9
10	1634,8	22	1799,3	34	1704,1	46	2039,6
11	1307,2	23	2111,7	35	1860,5	47	1818,8
12	1389,4	24	1892,6	36	1749,5	48	1758,2

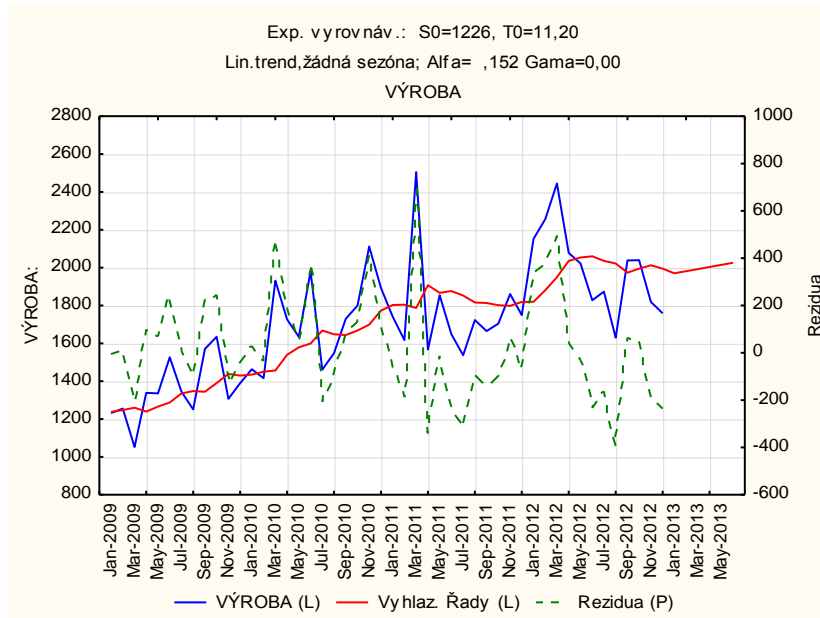
Zdroj: Vlastné spracovanie



Obrázok 1 Výroba
Zdroj: Vlastné spracovanie

Ako je zrejmé z grafu premennej výroba, časový rad je nestacionárny, je prítomný trend, závislosť sezónnych výkyvov od trendu nie je výrazná, jednotlivé výkyvy nemajú pravidelný charakter v prislúchajúcich mesiacoch jednotlivých rokov, preto sa nedajú pripísať sezónnosti (obr. 1). Prítomnosť cyklov je pre krátky časový interval nepostihnuteľná.

Časový rad je stacionárny, ak stredná hodnota, rozptyl, autokorelácie sú konštantné v čase. Nie je dobré snažiť sa odvodzovať regresné modely z nestacionárnych dát, pokiaľ do modelu nie je zahrnutý čas, keďže výberový priemer a rozptyl napríklad môžu rásť s pribúdajúcim počtom meraní a teda nie sú dobrými odhadmi strednej hodnoty a rozptylu základného súboru, ktoré sú základnými charakteristikami pre výpočet korelačného koeficienta. Nelinearitu vývoja časového radu premennej *výroba* vyrovnáme lokálnymi lineárnymi trendmi s parametrami meniacimi sa v čase použitím Holtovho modelu exponenciálneho vyrovnávania časového radu s lineárnym trendom, viac [8]. Začiatkové podmienky a vyrovnávajúce konštanty exponenciálneho vyrovnávania je možné stanoviť experimentálne alebo optimalizáciou. Štatistické programové balíky obsahujú procedúry hľadajúce optimálne hodnoty vyrovnávajúcich konštant pre prislúchajúcu optimalizačnú kritériálnu funkciu.



Obrázok 2 Holtov model, STATISTICA
Zdroj: Vlastné spracovanie

Optimálne riešenie Holtovho modelu exponenciálneho vyrovnávania premennej *výroba* nájdené programom STATISTICA viedlo k parametrom: úroveň Alfa=0,152, trend Gama=0,00. Kritériom bola minimalizácia priemernej absolútnej percentuálnej chyby, ktorá dosiahla hodnotu 9,993%. Graficky je optimálny model s rezíduami znázornený na obrázku 2, prognózované hodnoty na rok 2013 sú v tabuľke 2.

Tabuľka 2 Prognóza premennej výroba z Holtovho modelu v STATISTICA

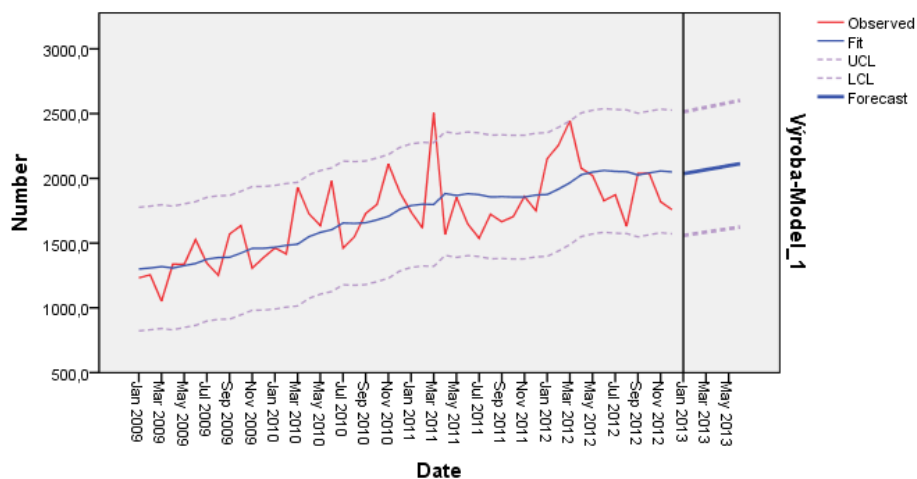
Mesiac	I- 2013	II-2013	III-2013	IV-2013	V-2013	VI-2013
Prognóza	1969,780	1980,983	1992,185	2003,387	2014,589	2025,791

Zdroj: Vlastné spracovanie

Pre premennú výroba boli programom SPSS nájdené vyrovnávajúce konštanty Holtovho modelu exponenciálneho vyrovnávania: pre úroveň radu je konštanta rovná 0,098, pre vyrovnanie smernice lineárneho trendu je 1,67E-6, oba nevýznamné parametre. Kriteiálna funkcia, stacionárne R^2 , ktoré je odhadom proporcie celkového rozptylu v časovom rade vysvetleného modelom, dosahuje uspokojivú hodnotu 0,777. Je vhodnejšou charakteristikou ako koeficient determinácie, ak časový rad obsahuje trend alebo sezónnosť.

Z pohľadu variability modelom vysvetlenej je to model lepší, z pohľadu presnosti prognóz ex-post je horším, ako bol predchádzajúci Holtov model. MAPE v hodnote 10,131% je priemerná absolútna percentuálna chyba nájdeného modelu, t.j. priemerná charakteristika chýb prognóz ex-post. Táto priemerná odlišnosť prognóz od skutočnosti je dosť vysoká, čo môže byť spôsobené tým, že časový rad je pomerne krátky a v sebe obsahuje veľké náhodné výkyvy. Ljung-Boxova štatistika je modifikovaná Box-Pierceova štatistika a testuje, či model je vhodne špecifikovaný. Ak je významná, znamená to, že časový rad obsahuje vzorku, ktorú model nevystihol. Model je na základe tohto kritéria vhodný, keďže dosiahnutá hodnota významnosti 0,557 ho dovoľuje akceptovať.

Pozorované aj očakávané hodnoty časového radu premennej výroba s intervalmi spoľahlivosti pre Holtov model sú znázornené na obrázok 3. Hodnota priemernej chyby $ME=-0,36$ a priemernej percentuálnej chyby $MPE=-1,36$ svedčia o tom, že prognózy, uvedené v tabuľke 3 nadhodnocujú skutočnosť. Detekcia extrémnych hodnôt je negatívna, autokokorelácie a parciálne autokorelácie nie sú významné, rezíduá majú normálne rozdelenie so strednou hodnotou významne sa nelísiacou od nuly.



Obrázok 3 Holtov model, SPSS

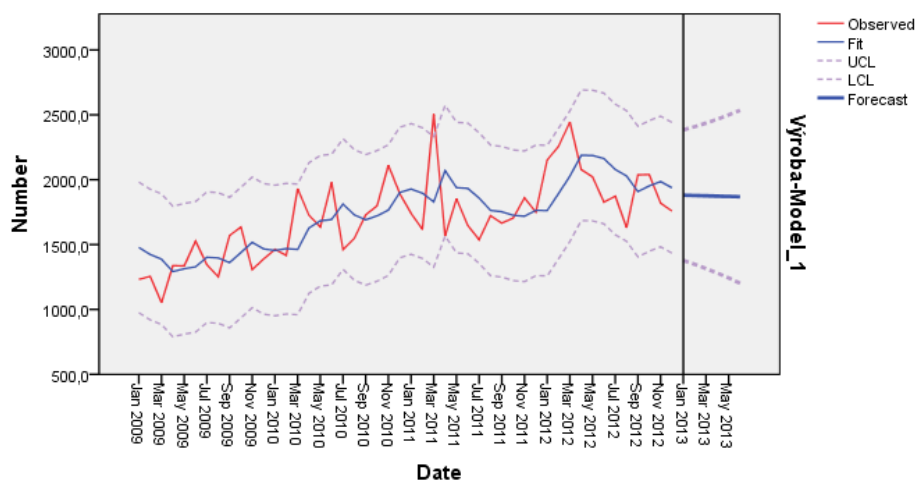
Zdroj: Vlastné spracovanie

Tabuľka 3 Prognóza premennej výroba z Holtovho modelu v SPSS s hranicami IS – 95% intervalu spoľahlivosti

Mesiac	I- 2013	II-2013	III-2013	IV-2013	V-2013	VI-2013
Prognóza	2036,2	2051,6	2067,0	2082,4	2097,8	2113,2
IS-horná	2513,7	2531,4	2549,0	2566,7	2584,3	2602,0
IS-dolná	1558,8	1571,9	1585,0	1598,1	1611,2	1624,4

Zdroj: Vlastné spracovanie

Keďže predchádzajúci Holtov model nemá významné parametre, uvažujme Brownov lineárny model.



Obrázok 4 Brownov model z SPSS

Zdroj: Vlastné spracovanie

Brownov model je tu opísaný podľa helpu SPSS: nech Y_t sú hodnoty časového radu v čase $t, t = 1, 2, \dots, n$. Iničiálne hodnoty Brownovho modelu sú $T_0 = \frac{Y_n - Y_1}{n-1}$, $S_0 = Y_1 - \frac{1}{2}T_0$. Potom

iniciálny odhad je $\hat{Y}_1 = S_0 + T_0$ a prvá hodnota náhodnej zložky je $e_1 = Y_1 - \hat{Y}_1$. Ďalšie hodnoty v čase $t, t = 1, 2, \dots, n$ sú:

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t$$

$$S_t = S_{t-1} + T_{t-1} + \alpha e_t$$

$$T_t = T_{t-1} + \alpha \gamma e_t$$

$$\hat{Y}_{t+1} = S_t + T_t$$

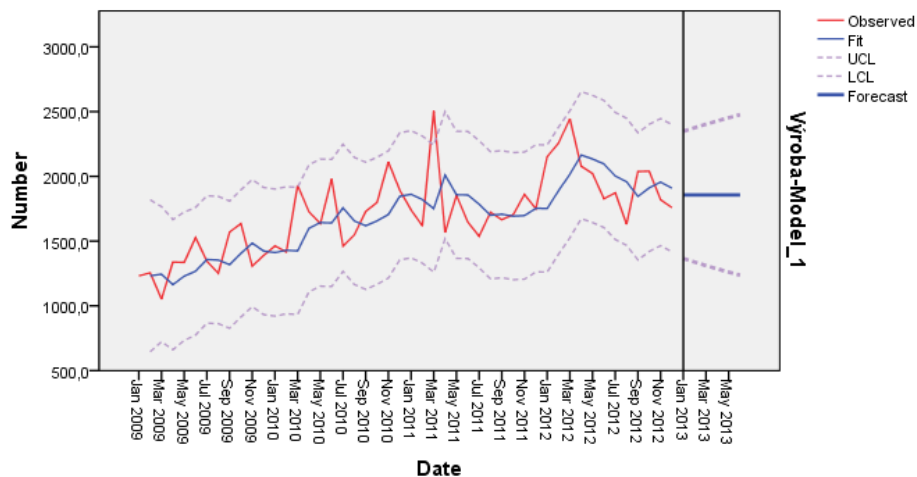
Odtiaľ získame odhad pre $t > n$, kde $e_t = 0$. Vlastné výpočty v MS Excel viedli ku rovnakým výsledkom, ako v programe STATISTICA. Zistený parameter úrovne a trendu má hodnotu 0,166 a je významný, dosiahnutá hladina $p=0,000$. Ljung-Boxova štatistika s hodnotou významnosti 0,771 dovoľuje model akceptovať. V tom prípade je stacionárne $R^2=0,754$, MAPE=11,522%. Z pohľadu variability modelom vysvetlenej je to model rovnaký, z pohľadu presnosti prognóz ex-post je horším, ako bol predchádzajúci Holtov model. Hodnoty ME=-22,25 a MPE=-2,86 svedčia tiež o nadhodnocovaní skutočnosti. Modelom navrhnutá prognóza má veľmi mierne klesajúce hodnoty, znázornená je na obrázku 4 a prognóza na prvý polrok 2013 je v tabuľke 4. U oboch modelov detekcia extrémnych hodnôt je negatívna, autokokorelácie a parciálne autokorelácie nie sú významné, rezíduá majú normálne rozdelenie so strednou hodnotou nie významne odlišnou od nuly.

Tabuľka 4 Prognóza premennej výroba z Brownovho modelu v SPSS s hranicami IS – 95% intervalu spoľahlivosti

Mesiac	I- 2013	II-2013	III-2013	IV-2013	V-2013	VI-2013
Prognóza	1880,7	1878,3	1875,9	1873,4	1871,0	1868,6
IS-horná	2384,1	2408,6	2436,1	2466,4	2499,5	2535,2
IS-dolná	1377,4	1348,0	1315,6	1280,4	1242,4	1201,9

Zdroj: Vlastné spracovanie

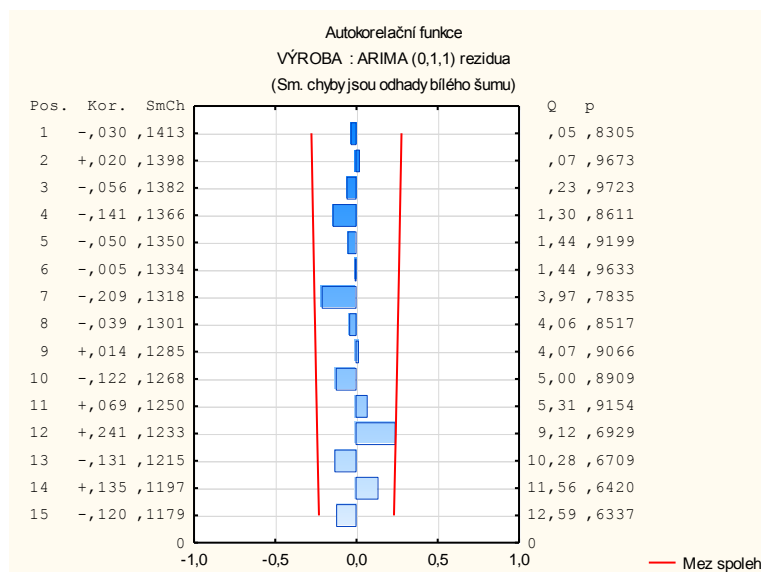
Iný spôsob prognózovania správania sa časového radu je použitím Box-Jenkinsovej metodológie.



Obrázok 5 Model ARIMA (0,1,1)(0,0,0)

Zdroj: Vlastné spracovanie

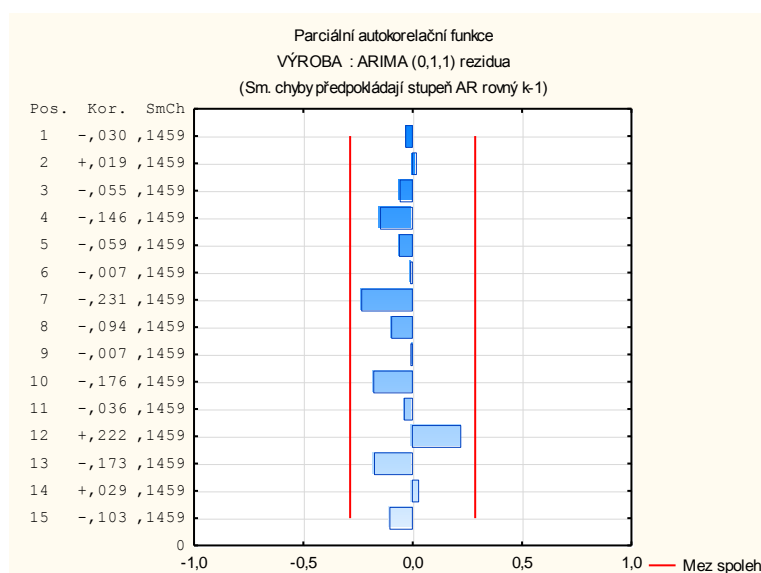
Spomedzi viacerých preverených autoregresných modelov s kľavými priemerami bol vybraný model bez sezónneho parametra ARIMA(0,1,1)(0,0,0) bez konštanty, keďže parameter pre konštantu nebol významný.



Obrázok 6 Autokorelácia rezíduí pre model ARIMA (0,1,1)(0,0,0)
Zdroj: Vlastné spracovanie

Priemerná absolútna percentuálna chyba modelu je 10,394% a je vysvetlených iba 29,7% variability v časovom rade, čo nemožno považovať za uspokojivé. Výsledný model je na obr. 30, kde je na prvý polrok 2013 predpovedaná konštantná hodnota rovná 1856,7. Parameter $\theta(1)$ má hodnotu 0,655 a je významný, $p=0,000$.

Ljung-Boxova štatistika s hodnotou významnosti 0,721 dovoľuje model akceptovať. Požiadavka normality rezíduí je splnená, $p=0,746$. Autokorelácia a parciálna autokorelácia rezíduí nie je významná obrázok 5, obrázok 6.



Obrázok 7 Parciálna autokorelácia rezíduí pre model ARIMA (0,1,1)(0,0,0)
Zdroj: Vlastné spracovanie

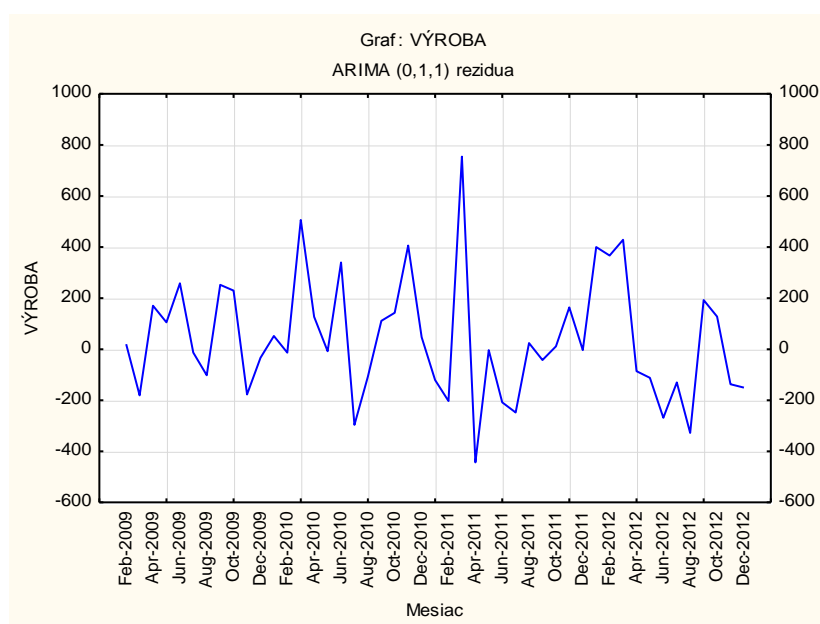
Homoskedasticita rezíduí bola posúdená graficky (obrázok 7). Detekcia extrémnych hodnôt bola negatívna. Niektoré programové balíky majú v sebe zahrnutú kontrolu na dĺžku časového radu, napríklad STATISTICA pri zahrnutí sezónnosti do modelu vyžaduje aspoň 5 sezónnych cyklov dĺžky aspoň 3. Boli preverené aj ďalšie nesezónne ARIMA modely s inou kombináciou parametrov, ukázalo sa, že sú ešte menej vhodné z hľadiska presnosti aj splnenia požadovaných predpokladov. Z hľadiska nemožnosti nájsť uspokojivý jednoduchý ARIMA model by bolo vhodné otestovať nelineárne modely alebo modely volatility.

V tabuľke sú uvedené ex-ante predpovede dvoch vybraných modelov aj s 95% intervalmi spoľahlivosti (tabuľka 5). Kritériá pre výber modelu popisuje napr. Arlt, Arltová (2002). Keďže sa jedná o predpovede na už prešlý polrok, je možné overiť, ktorý z riešených modelov tu bol najvhodnejší.

Tabuľka 5 Prognóza premennej výroba z modelu ARIMA (0,1,1)(0,0,0) v SPSS s hranicami IS – 95% intervalu spoľahlivosti

Mesiac	I- 2013	II-2013	III-2013	IV-2013	V-2013	VI-2013
Prognóza	1856,7	1856,7	1856,7	1856,7	1856,7	1856,7
IS-horná	2347,6	2375,9	2402,8	2428,4	2452,9	2476,5
IS-dolná	1365,8	1337,5	1310,6	1285,0	1260,5	1236,9

Zdroj: Vlastné spracovanie



Obrázok 8 Rezíduá modelu ARIMA (0,1,1)(0,0,0)

Zdroj: Vlastné spracovanie

Vedecký časopis FINANČNÉ TRHY, Bratislava,
Derivat 2014, ISSN 1336-5711, 4/2014

Tabuľka 6 Porovnanie modelov pre premennú výroba

Mesiac	I- 2013	II-2013	III-2013	IV-2013	V-2013	VI-2013	MAE
Skutočnosť	2369,8	2010	1896,8	2007,2	2019,7	2222,2	
Holt STATIST	1969,9	1981	1992,2	2003,4	2014,6	2025,8	121,6
Holt SPSS	2036,2	2051,6	2067,0	2082,4	2097,8	2113,2	132,6
Brown SPSS	1880,7	1878,3	1875,9	1873,4	1871,0	1868,6	212,9
ARIMA(0,1,1)	1856,7	1856,7	1856,7	1856,7	1856,7	1856,7	230,9

Zdroj: Vlastné spracovanie

K dispozícii sú aj hodnoty premennej výroba za prvý polrok roku 2013. V sumárnej tabuľke (tabuľka 6) je porovnanie skutočných hodnôt s odhadmi zo štyroch vybraných modelov. Z hľadiska kritéria veľkosti priemernej absolútnej chyby prognóz ex-ante MAE bol spomedzi štyroch vybraných modelov najúspešnejší Holtov model exponenciálneho vyrovnávania z programu STATISTICA, čo pri porovnávaní s Holtovým modelom v SPSS môže byť aj dôsledok podobnej vybranej kritériálnej funkcie.

Záver

Pri analyzovaní vývoja skúmaných časových radov výroba, (obrázok 2) sme boli obmedzovaní ich dĺžkou, čo ovplyvňovalo naše možnosti pri výbere analytických metód. Naš experiment smeruje k záveru, že na kratšie časové rady so žiadnou, alebo slabo indikovatelnou sezónnosťou sú z metód zo skupiny základných lineárnych modelov pre modelovanie jednorozmerných časových radov vhodnejšie modely exponenciálneho vyrovnávania, ale na radoch so zreteľnejšou sezónnosťou sa získajú lepšie výsledky modelmi ARIMA. Na záver možno odporučiť sledovanie vývoja štyroch skúmaných premenných ešte aspoň štyri roky a vyhodnotenie nového experimentu aj s použitím nelineárnych modelov skupiny GARCH na doplnené časové rady.

Príspevok je jedným z výstupov projektu KEGA 037PU-4/2014, „Príprava študijných podkladov na e-learningovej báze a ich implementácia vo výučbe disciplín z oblasti kvantitatívnych metód, manažérskej informatiky a financií.“

Použitá literatúra

- [1] ARLT, J., a M. ARLTOVÁ, 2007. *Ekonomické časové řady*. Praha: Proffesional Publishing, 2009. 290 str. ISBN 978-80-247-1319-9.
- [2] BOX, G.E.P., G.M. JENKINS, 1970. *Time series analysis, Forecasting and control*. Holden-Day, San Francisco.
- [3] BOX, George E.P., Gwilym M. JENKINS a Gregory C. REINSEL, 2008. *Time series analysis, Forecasting and control*. (Wiley Series in Probalility and Statistics). New Yersey: John Wiley& Sons. Inc. All rights reserved. Canada: Published simultaneously. ISBN 978-0-470-27284-8.
- [4] BUDÍKOVÁ, Márie, Mária KRÁLOVÁ a Bohumil MAROŠ, 2010. *Pruvodce základními statistickými metodami*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-3243-5.
- [5] JENČOVÁ, S. a E. LITAVCOVÁ, 2013. *Implementácia finančných a štatistických modelov v podmienkach firmy 21. storočia*. Brno: Tribun EU. ISBN 978-80-263-0537-8.
- [6] LITAVCOVÁ, E., PAVLUŠ, M., SEMAN, J., TÖRÖK, C., 2012. *Štatistika s balíkmi SPSS a Statistica*. Prešov: PU FM. ISBN 978-80-555-0138-3.
- [7] OCHOTNICKÝ, P. a kol., 2012. *Analýza a prognóza vo financiách*. Bratislava: Iura Edition. ISBN 978-80-8078-484-3.
- [8] RUBLÍKOVÁ, E., 2011. *Analýza časových radov*. Bratislava: Iura Edition. ISBN 978-80-8078-139-2.

Kontaktné údaje

doc. Mgr. Eva Litavcová, PhD.

Katedra matematických metód a manažérskej informatiky

Fakulta manažmentu. Prešovská univerzita v Prešove

Konštantínova 16,08001 Prešov, Slovensko

evalitavcova@unipo.sk

Ing. Sylvia Jenčová, PhD.

Katedra financií

Fakulta manažmentu. Prešovská univerzita v Prešove

Konštantínova 16,08001 Prešov, Slovensko

sylvia.jencova@unipo.sk