

Nelineárne oceňovanie pravdepodobností

Ctibor PILCH

Abstrakt

V racionálnej teórii je úžitok výsledkov vážený ich pravdepodobnosťou. Nasledujúce experimenty ukazujú, že ľudia uvedený predpoklad pravidelne porušujú. Že systematicky nadhodnocujú malé pravdepodobnosti a častokrát podhodnocujú vysoké pravdepodobnosti. Teda že ich oceňujú nelineárne.

Kľúčové slová

racionálny, nelineárny, pravdepodobnosť, odchýlka

JEL Classification: G21, G23

Abstract

In rational theory, the results are weighted with their likelihood. The following experiments show that people are regularly violating the assumption. They systematically overestimate low probabilities and often underestimate high probabilities. They valued them nonlinearly.

Keywords

rational, nonlinear, probability, deviation

Úvod

Súčasná veda o behaviorálnych financiách pozná mnoho odchýlok od racionality a ich počet pravdepodobne nie je konečný. Niektoré odchýlky sa v podstatnej časti prekrývajú, prípadne môžu byť dôsledkom iných.

Niektoré odchýlky od racionality sú tzv. adaptívne, pretože umožňujú ľuďom adaptovať sa na určité situácie a prijímať úspornejšie a rýchlejšie riešenia. Tieto riešenia vtedy nie sú založené na podrobnej racionálnej analýze, ale na využití úsporných a intuitívnych vzorov.

Vedecký časopis FINANČNÉ TRHY, Bratislava, Derivat 2018, ISSN 1336-5711, 1/2018

Iné odchýlky od racionality zase vznikajú ako následok toho, že ľudia nemajú vypracované správne mentálne mechanizmy na riešenie niektorých problémov, prípadne na riešenie týchto špecifických problémov využívajú mechanizmy, ktoré pre daný konkrétny problém nie sú príliš vhodné.

Pre praktické použitie je možné odchýlky od racionality definovať ako systematické chyby investorov pri zbere, analýze a vyhodnocovaní informácií a následne pri prijímaní ekonomických rozhodnutí. Ide naozaj o systematické chyby, lebo náhodná chyba nemusí ešte znamenať odchýlku od racionality.

Odchýlky od racionality sa môžu vyskytnúť v ktorejkoľvek fáze rozhodovacieho procesu. Počnúc formou, akou sú nové informácie prezentované, až po prijatie rozhodnutia.

Mechanizmus vzniku a pôsobenia odchýlok od racionality vychádza s predstáv Herberta Simona, ktorý ako prvý vymedzil pojem obmedzená racionalita. Definoval ľudský úsudok ako výsledok selekcie alternatív, ku ktorým ľudia dospievajú v procese analýzy informácií.

Proces rozhodovania má viaceré fázy, pričom v každej z nich sa môžu získané informácie výrazným spôsobom zmeniť.

Aj primárne získané informácie sa spravidla nevyskytujú v čistej podobe. Sú obyčajne istým spôsobom selektované a nejakým spôsobom prezentované. Navyše dnešná doba je zahľtená množstvom informácií a nikto nie je schopný vyhľadať a analyzovať všetky informácie, ktoré môžu byť pre potrebné rozhodnutie relevantné a dôležité.

Ďalej proces pokračuje fázou vnímania. Tu dochádza k informačnému šumu, pretože mozog človeka je konštruovaný tak, že prednostne registruje výnimočné udalosti a menej si všíma obyčajné každodenné javy. K ďalšiemu skresleniu potom dochádza pri ukladaní a vyvolávaní informácií z pamäti. Do pamäti sa totiž neukladajú všetky informácie, ale len tie, ktoré sa považujú za dôležité a podstatné pre ekonomický subjekt. Ukladajú sa do pamäti už modifikované názormi a postojmi jedinca, prípadne aj jeho emóciami.

Z pamäti vybraté informácie sú konfrontované s novými informáciami a v tejto fáze dochádza k uplatňovaniu rôznych myšlenkových skratiek a heuristických postupov.

Informácie sa analyzujú v časovom obmedzení, čo vedie k špecifikácii len malého počtu alternatív, pretože každý úsudok musí byť prijatý čo najskôr.

V konečnom dôsledku sa takéto rozhodnutie, len čiastočne racionálne, môže prejaviť vo forme rôznych trhových anomálií.

Musíme však priznať, že zatiaľ nie je známe, čo odchýlky od racionality spôsobuje, a nie je ani spracovaná ich dostatočne spoľahlivá klasifikácia z hľadiska pôvodu.

V súčasnosti používané rozdelenia odchýlok sú založené na ich vonkajších prejavoch, spravidla popisujú časť rozhodovacieho procesu, v ktorom vznikajú, alebo ich povahu.

Podľa toho, v ktorej fáze rozhodovacieho procesu odchýlky od racionality vznikajú, zaraďujeme odchýlky do týchto skupín :¹

a) Formovanie názorov a prijímanie rozhodnutí

Racionálne analýzy a nakoniec prijaté úsudky sú v mnohých prípadoch ovplyvnené subjektívnymi názormi a postojmi.

b.) Chyby v odhadovaní pravdepodobnosti

Ľudia majú najradšej situácie, v ktorých môžu jednoznačne rozhodnúť či áno, alebo nie. To si však vyžaduje, aby situácia bola jednoznačne definovaná. Takéto rozhodovanie však nie je možné v podmienkach neistoty, ktoré sú pre finančné trhy typické. Vtedy si ľudia pomáhajú rozličnými heuristickými skratkami.

c.) Sociálne odchýlky od racionality

Odchýlky sú ovplyvnené správaním sa ostatných subjektov

d.) Chyby pamäti

Do tejto skupiny môžeme zahrnúť chyby, ktoré vyplývajú z toho, že dôležité informácie, vyvolané z pamäti, sú vyvolané oneskorene, alebo sa pri vyvolaní zmení ich obsah.

Podľa povahy sa odchýlky od racionálneho správania spravidla členia na kognitívne a emočné. Jednotlivé odchýlky sa vzájomne prelínajú.

Kognitívne je možné korigovať učením, prípadne vhodným finančným poradenstvom. Pri emočných je to zložitejšie. Treba podotknúť, že veda nevie uspokojivo vysvetliť pôvod týchto odchýlok od racionality a nie je ani spracovaná spoľahlivá klasifikácia odchýlok. Publikované rozdelenia odchýlok sú založené najmä na ich vonkajších prejavoch a spravidla reflektujú niektorú časť rozhodovacieho procesu, v ktorej sa vyskytujú, prípadne sledujú povahu odchýlok.

Nelineárne oceňovanie pravdepodobností

¹ Spracované podľa BALÁŽ, V. 2009 *Riziko a neistota - Úvod do behaviorálnej ekonómie a financií*, Bratislava: VEDA, 2009, str.246 -247, ISBN 978-80-224-1082-3

Vedecký časopis FINANČNÉ TRHY, Bratislava, Derivat 2018, ISSN 1336-5711, 1/2018

V racionálnej teórii je úžitok výsledkov vážený ich pravdepodobnosťou. Nasledujúce experimenty ukazujú, že ľudia uvedený predpoklad pravidelne porušujú. Že systematicky nadhodnocujú malé pravdepodobnosti a častokrát podhodnocujú vysoké pravdepodobnosti. Teda že ich oceňujú nelineárne.

Na prieskumnej vzorke 1215 respondentov, skúmanej v rokoch 2012 až 2017, som sa pokúsil dokázať platnosť tvrdení v predošlom texte. A teda dokázať existenciu niektorých odchýlok od racionality a ich závislosť od rôznych faktorov. Vzorku tvorilo 1005 študentov Ekonomickej univerzity a 210 študentov Ekonomickosprávnej fakulty Masarykovej univerzity v Brne.

Úloha 1: Vyberte si jednu z dvoch možností	
A: Výhru 2 500 s pravdepodobnosťou 0.33 Výhru 2 400 s pravdepodobnosťou 0.66 Výhru 0 s pravdepodobnosťou 0.01	B: Výhru 2 400 naisto

Výsledok prieskumu = 18 % respondentov si vyberie možnosť A

82 % si vyberie možnosť B

Úloha 2: Vyberte si jednu z dvoch možností	
C: Výhru 2 500 s pravdepodobnosťou 0.33 Výhru 0 s pravdepodobnosťou 0.67	D: Výhru 2 400 s pravdepodobnosťou 0.34 Výhru 0 s pravdepodobnosťou 0.66

Výsledok prieskumu = 83 % respondentov si vyberie možnosť C

17 % si vyberie možnosť D

Podľa racionálnej teórie platí, že úžitok z „výhry“ 0 sa rovná nule $u(0) = 0$.

Problém 1 si môžeme zapísať aj matematicky do úžitkovej funkcie u ako :

$$u(2\,400) > 0.33u(2\,500) + 0.66u(2\,400) \quad / - 0.66u(2\,400)$$

po odčítaní 66 % šance vyhrať 2.400 z oboch strán rovnice v prípadoch Úlohy 1 dostaneme:

$$0.34u(2\,400) > 0.33u(2\,500)$$

To sa však dostáva do priameho konfliktu s výsledkami Úlohy 2, ktoré tvrdia pravý opak.

Úloha 3: Vybete si jednu z dvoch možností	
A: Výhru 4 000 s pravdepodobnosťou 0.80	B: Výhru 3 000 naisto
Výsledok prieskumu = 20 % respondentov si vyberie možnosť A	Výsledok prieskumu = 80 % respondentov si vyberie možnosť B

Úloha 4: Vybete si jednu z dvoch možností	
C: Výhru 4 000 s pravdepodobnosťou 0.20	D: Výhru 3 000 s pravdepodobnosťou 0.25
Výsledok prieskumu = 65 % respondentov si vyberie možnosť C	Výsledok prieskumu = 35 % respondentov si vyberie možnosť D

Obidve úlohy si môžeme opäť matematicky vyjadriť do úžitkovej funkcie a následne upraviť tak, aby sme mohli problémy porovnať:

$$P3: 0.80u(4\ 000) < u(3\ 000) \Rightarrow 0.8 < u(3\ 000)/u(4\ 000)$$

$$P4: 0.20u(4\ 000) > 0.25u(3\ 000) \Rightarrow 0.8 > u(3\ 000)/u(4\ 000)$$

Znovu sme dospeli ku kontroverzným tvrdeniam, ktoré vyplývajú z riešenia oboch problémov.

Je treba si uvedomiť, že obidve možnosti Úlohy 4 predstavujú štvrtinovú pravdepodobnosť

Úlohy 3. Predpoklad racionálnej teórie hovorí : Ak B je preferované pred A, tak potom akýkoľvek (pravdepodobnostný) podiel (B,p) musí byť stále preferovaný pred

(pravdepodobnostným) podielom (A,p). Aj v tomto experimente sa dostávame do sporu, ktorý spochybňuje všeobecnú platnosť racionálnej teórie. Podobný logický spor dostaneme aj v nasledujúcom páre úloh 5 a 6, kde predmetom voľby sú nepenažné odmeny. Úloha 6 je v podstate desatinou z úlohy 5:

Úloha 5: Vybete si jednu z dvoch možností	
A: 50 % pravdepodobnosť vyhrať 3-týždňový zájazd do Anglicka a Francúzska	B: 1-týždňový zájazd do Anglicka naisto

Výsledok prieskumu = 22 % respondentov si **Výsledok prieskumu**

vyberie možnosť A

= 78 % respondentov
si vyberie možnosť B

Úloha 6: Vyberte si jednu z dvoch možností	
A: 5 % pravdepodobnosť vyhrať 3-týždňový zájazd do Anglicka a Francúzska	B: 10 % pravdepodobnosť vyhrať 1-týždňový zájazd do Anglicka
Výsledok prieskumu = 67 % respondentov si vyberie možnosť A	Výsledok prieskumu = 33 % respondentov si vyberie možnosť B

Efekt istoty však nie je jediným príkladom, ktorý spochybňuje klasickú racionálnu teóriu:

Úloha 7: Vyberte si jednu z dvoch možností	
A: Výhru 6.000 s pravdepodobnosťou 0.45	B: Výhru 3.000 s pravdepodobnosťou 0.90
Výsledok prieskumu = 14 % respondentov si vyberie možnosť A	Výsledok prieskumu = 86 % respondentov si vyberie možnosť B

Úloha 8: Vyberte si jednu z dvoch možností	
A: Výhru 6.000 s pravdepodobnosťou 0.001	B: Výhru 3.000 s pravdepodobnosťou 0.002
Výsledok prieskumu = 73 % respondentov si vyberie možnosť A	Výsledok prieskumu = 27 % respondentov si vyberie možnosť B

V úlohe 7 bola vybraná možnosť, kde je výhra pravdepodobnejšia. V úlohe 8 sa síce vyskytuje možnosť výhry, ale v oboch prípadoch je jej pravdepodobnosť veľmi malá. V takýchto situáciách, kde výhry sú možné, ale málo pravdepodobné, väčšina ľudí sa zachová tak, že si vyberú možnosť väčšej výhry.

Použité dotazy boli volne upravenou verziou otázok, použitých v medzinárodnom prieskume².

Naším respondentom sme položili ďalších 12 otázok, týkajúcich sa tejto odchýlky.

² Spracované podľa CÁR, T. 2006. : K psychológii investovania, *Finančné trhy : odborný mesačník pre teóriu a prax* Bratislava: Derivat, 2006. ISSN 1336-5711, Máj 2006.

Na ktorú kombináciu čísel hry stávkovej lotérie Lotto podniku Tipos, a.s. / predtým Športka/, kde je žrebovaných 6 čísel zo 49, by ste radšej stavili:

a/ 2,7,13,26,28,44

b/ 7,8,9,10,11,12

c/ iná kombinácia

Výsledky 1/A	1.ročník Muži EU	1.ročník Ženy EU	3.ročník Muži EU	3.ročník Ženy EU	5.ročník Muži ESF MU	5.ročník Ženy ESF MU
a/2,7,13,26,28,44	48 %	36 %	46 %	33 %	9 %	11 %
b/7,8,9,10,11,12	2 %	2 %	5 %	3 %	2 %	8 %
c/iná kombinácia	50 %	62 %	49 %	64 %	89 %	81 %

Respondentom sme ponúkli 3 možnosti. Možnosť, že by bolo vyžrebovaných 6 čísel idúcich v rade po sebe si takmer nikto nepripúšťal. Nami navrhnutú kombináciu, či inú, vlastnú kombináciu čísel by si zvolilo vždy viac ako 92 % respondentov.

Pritom však pravdepodobnosť každej šesť kombinácie je úplne rovnaká.

Táto lotéria sa v bývalom Československu žrebovala od roku 1957. Najskôr jeden ťah /jedna kombinácia čísel / v nedeľu, neskôr dva ťahy. V súčasnosti sa žrebuje v Českej republike i na Slovensku rovnako, teda dva krát týždenne po dva ťahy. Spolu sa teda žrebuje v oboch republikách ročne cca 416 krát.

Pravdepodobnosť výhry v prvom poradí / teda uhádnutie všetkých 6 čísel / je 1:13.983.816.

Keby sme chceli, aby každá kombinácia čísel vyšla práve jedenkrát, muselo by sa žrebovať viac ako 30 tisíc rokov.

Niektorí tipujúci stavia na to, ktoré čísla nešli už dlhšie, resp. ktoré podľa nich žrebujú častejšie. Ani táto taktika nemá s racionalitou nič spoločné.

Svedčí o tom aj Príloha v závere článku o tom, ako často boli jednotlivé čísla vyžrebované. Napríklad v SR od roku 1993 bol počet žrebovaní jednotlivých čísel v rozmedzí od 585 krát po 645 krát.

2/A

Čo by ste prijali radšej:

a/ darovanú 100 eurovú bankovku

b/ 1 % šancu vyhrať 10 000 Eur bez nutnosti vkladu

Výsledky 2/A	1.ročník	1.ročník	3.ročník	3.ročník	5.ročník	5.ročník
	Muži EU	Ženy EU	Muži EU	Ženy EU	Muži ESF MU	Ženy ESF MU
Možnosť a/	82 %	94 %	79 %	93 %	61 %	92 %
Možnosť b/	18 %	6 %	21 %	7 %	39 %	8 %

Podstatná časť si vyberie istotu 100 eurovej bankovky, pričom z hľadiska počtu pravdepodobnosti sú vlastne obe možnosti rovnocenné.

3/A

Čo je podľa vás výhodnejšie ?:

a/ mať 1000 Eur teraz

alebo

b/ mať 1150 Eur o 30 dní

Výsledky 3/A	1.ročník	1.ročník	3.ročník	3.ročník	5.ročník	5.ročník
	Muži EU	Ženy EU	Muži EU	Ženy EU	Muži ESF MU	Ženy ESF MU
a/ teraz	18 %	29 %	8 %	33 %	32 %	18 %
b/ o 30 dní	82 %	71 %	92 %	67 %	68 %	82 %

Otázku 3/A hodnotíme spolu s otázkou 4/A

4/A

Čo je podľa vás lepšie ?:

a/ mať 1000 Eur o rok

alebo

b/ mať 1150 Eur o jeden rok a jeden mesiac

Výsledky 4/A	1.ročník	1.ročník	3.ročník	3.ročník	5.ročník	5.ročník
	Muži EU	Ženy EU	Muži EU	Ženy EU	Muži ESF MU	Ženy ESF MU
Možnosť a/	14 %	21 %	9 %	17 %	43 %	22 %
Možnosť b/	86 %	79 %	91 %	83 %	57 %	78 %

V otázke 3/A si časť respondentov / až jedna tretina žien a dokonca 43 % piatakov/ si vyberie 1000 Eur ihneď. Nedbá na to, že o mesiac je výnos z tejto sumy mimoriadne vysoký. Pravdepodobne sa riadia heslom – čo je doma, to sa počíta. /Podobne ako pri otázke 2A/. Mužov s takouto taktikou bolo v ostatných ročníkoch menej.

V otázke 4/A sme to celé iba posunuli o jeden rok. Tu už väčšia časť respondentov je ochotná počkať. Ale iba o niečo väčšia časť. Zaujímavé je zistenie, že u respondentov s vyšším vekom / i vzdelaním/ je táto odchýlka ešte horšia.

Záver

Ľudia neposudzujú správne možné pravdepodobnosti. Nízke pravdepodobnosti nadhodnocujú, vysoké podhodnocujú. To je pravdepodobne aj dôvod, prečo sú v obľube rôzne hazardné hry a lotérie.

Vo finančnej praxi sa to môže prejavovať o.i. aj tak, že úspory majú uložené na veľmi nízke úročenie a súčasne uzatvárajú poistenia na udalosti s veľmi malou pravdepodobnosťou výskytu. Súčasne platí, že ľudia rozdielne posudzujú blízke a vzdialenejšie časové obdobia. Bežne uprednostňujú krátkodobý horizont. To spravidla znižuje možný výnos. O niečo vyšší vek, respektívne o niečo vyššie vzdelanie na uvedenú odchýlku nemá žiadny vplyv. Rovnako to platí pre mužské a ženské pohlavie.

V situáciách, kde výhry sú možné, ale málo pravdepodobné, väčšina ľudí sa zachová tak, že si vyberú možnosť väčšej výhry.

Rozdielne posudzovanie veľmi malých, stredne vysokých a vysokých pravdepodobností je príčinou, prečo si ľudia kupujú žreby (t.j. riskujú) a súčasne aj poistenie (t.j. istia sa proti strate).

Pravdepodobnosť vo výške 1 % väčšina ľudí vníma vac ako 1 %, no pravdepodobnosť 90 % zase menej ako 90 % .Preto je mnoho ľudí ochotných zároveň kúpiť si žreb i poistiť existujúci majetok vyššou sumou, ako by to predpokladali pravidlá logiky.

Príloha

Na podporu tohto názoru uvádzame Hru Loto /predtým Športka /

Pravdepodobnosti výhier v jednotlivých poradiach sú:

I. poradie

$$p = \frac{1}{\binom{49}{6}} = 7,15 \cdot 10^{-8}$$

(alebo tiež sa zvykne uvádzať 1:13.983.816)

II. poradie

$$p = \frac{6}{\binom{49}{6}} = 4,29 \cdot 10^{-7}$$

III. poradie

$$p = \frac{\binom{6}{5} \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = 1,845 \cdot 10^{-5}$$

IV. poradie

$$p = \frac{\binom{6}{4} \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = 9,69 \cdot 10^{-4}$$

V. poradie

$$p = \frac{\binom{6}{3} \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} = 0,01765$$

Pravdepodobnosť výhry v hre Loto /Športka/

Lubovoľná kombinácia 1: 13 983 816 $7,15 \times 10^{-8}$

Šesť čísel po sebe 1: 358 559

Päť čísel po sebe 1: 310 751

Lubovoľné 3 čísla /tzv.5.poradie/ pravdepodobnosť
0,01765 % čiže 3,67 krát do roka

Jeden tip stojí 0,70 Eur

od 28.4.1957 sa žrebuje

od 4.4.1965 sa žrebuje aj 2.ťah

od 5.9.1999 sa žrebuje aj v stredu /dva ťahy/

Počet žrebovaní dosiaľ

ČSSR a SR

1.ťah cez 4200 krát

2.ťah cez 3800 /údaj kIII/2018

Maximálna výhra v SR bola 11 002 674 Eur,
minimálny tzv. jackpot je 300 000.
45 krát bola výhra v 1.poradí vyššia ako 1 milión Eur.

Ako príklad uvádzame štatistiku žrebovaní čísel v hre Loto.

Štatistika žrebovaní jednotlivých čísel hry LOTO





